МА1.Э1.1

1. [10%] Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\ldots+\frac{n-1}{n^2}\right)$.

2. [10%] Найти производную $y=\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}x-\operatorname{ctg}x}{\sqrt{2}}$.

3. [10%] Вычислить интеграл $\int\frac{x^3+1}{x^2-x}dx$.

4. [10%] Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: x^2+y^2/4\le 1, \qquad \mu=y^2.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{1}{\sqrt{2}x}-\frac{2\sqrt{2}}{y}-\frac{3\sqrt{3}}{2z}, \qquad u=\frac{x}{y^2z^3}, \qquad M\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\sqrt{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=y^2x\mathbf{i}-yx^2\mathbf{j}+\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2=z^2 (z\ge 0), \qquad P: z=5.$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(\mathrm{e}^y+2x)\mathbf{i}+(xz-y)\mathbf{j}+(1/4)(\mathrm{e}^{xy}-z)\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2+z^2=2y+3.$$

8. [10%] Найти скалярный потенциал поля $\mathbf{F}=(x^2-2y)\mathbf{i}+(y^2-2x)\mathbf{j}$.

МА1.Э1.2

1. [10%] Вычислить предел $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1+3+5+7+\ldots+(2n-1)}{n+1}-\frac{2n+1}{2}\right]$.

2. [10%] Найти производную $y=\frac{2x-1}{4}\sqrt{2+x-x^2}+\frac{9}{8}\arcsin\frac{2x-1}{3}$.

3. [10%] Вычислить интеграл $\int\frac{3x^3+1}{x^2-1}dx$.

4. [10%] Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: 1\le x^2/9+y^2/4\le 2,\ \ y\ge 0,\ \ y\le\frac{2}{3}x,\qquad \mu=y/x.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=-\frac{4\sqrt{2}}{x}+\frac{\sqrt{2}}{9y}+\frac{1}{\sqrt{3}z},\qquad u=x^2yz,\qquad M\left(2,\frac{1}{3},\frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=(xz+y)\mathbf{i}+(yz-x)\mathbf{j}+(z^2-2)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=z^2(z\ge 0),\qquad P: z=3.$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=\left(\sqrt{z}+y\right)\mathbf{i}+3x\mathbf{j}+(3z+5x)\mathbf{k},\qquad S: z^2=8(x^2+y^2),\ \ z=2.$$

8. [10%] Найти скалярный потенциал поля $\mathbf{F}=(x^2+2y)\mathbf{i}+(y^2+2x)\mathbf{j}$.

МА1.Э1.3

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+3+5+\ldots+(2n-1)}{1+2+3+..+n}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\frac{1}{2}(x-4)\sqrt{8x-x^2-7}-9\arccos\sqrt{\frac{x-1}{6}}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{x^3-17}{x^2-4x+3}dx$.

4. **[10%]** Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: x^2/9+y^2/25\le 1,\ \ y\ge 0,\qquad \mu=x^2y.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{x^3}{\sqrt{2}}-\frac{y^3}{\sqrt{2}}-\frac{8z^3}{\sqrt{3}},\qquad u=\frac{y^2z^3}{x^2},\qquad M\left(\sqrt{2},\sqrt{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=xyz\mathbf{i}-x^2z\mathbf{j}+3\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=z^2 (z\ge 0),\qquad P: z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(8yz-x)\mathbf{i}+(x^2-1)\mathbf{j}+(xy-2z)\mathbf{k},\qquad S: 2x+3y-z=6,\ \ x=0,\ \ y=0,\ \ z=0.$$

8. **[10%]** Найти скалярный потенциал поля $\mathbf{F}=(x^2+2y)\mathbf{i}+(y^2+2x)\mathbf{j}$.

МА1.Э1.4

1. [10%] Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{1+3+5+7+\ldots+(2n-1)}{n+3}-n\right]$.

2. [10%] Найти производную $y=\frac{x-3}{2}\sqrt{6x-x^2-8}+\arcsin\sqrt{\frac{x}{2}-1}$.

3. [10%] Вычислить интеграл $\int\frac{2x^3+5}{x^2-x-2}dx$.

4. [10%] Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: x^2/9+y^2/25\le 1,\ \ y\ge 0,\qquad \mu=7x^2y/18.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=-\frac{3x^3}{\sqrt{2}}+\frac{2\sqrt{2}y^3}{3}+8\sqrt{3}z^3,\qquad u=\frac{x^2z}{x^2},\qquad M\left(\sqrt{\frac{2}{3}},\sqrt{\frac{3}{2}},\frac{1}{2}\right).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=(x+xy)\mathbf{i}+(y-x^2)\mathbf{j}+(z-1)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=z^2(z\ge 0),\qquad P: z=3.$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(y+z^2)\mathbf{i}+(x^2+3y)\mathbf{j}+xy\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2+z^2=2x.$$

8. [10%] Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=(x+y)\mathbf{i}+2x\mathbf{j},\qquad L: x^2+y^2=4(y\ge 0),\qquad M(2{,}0),\qquad N(-2{,}0).$$

МА1.Э1.5

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+4+7+\ldots+(3n-2)}{\sqrt{5n^4+n+1}}$.

2. **[10%]** Найти производную $y = \frac{(1+x)\operatorname{arctg}\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int \frac{2x^3-1}{x^2+x-6}dx$.

4. **[10%]** Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: 1 \leq x^2/9 + y^2/4 \leq 4,\ \ y \geq 0,\ \ y \leq x/2\,, \qquad \mu = 8\,y/x^3.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x, y, z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v = x^2 - y^2 - 3z^2, \qquad u = \frac{x}{yz^2}, \qquad M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a} = (x+y)\mathbf{i} + (y-x)\mathbf{j} + (z-2)\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2 = z^2 (z \geq 0), \qquad P: z = 2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a} = (2yz-x)\mathbf{i} + (xz+2y)\mathbf{j} + (x^2+z)\mathbf{k}, \qquad S: y-x+z = 1,\ \ x=0,\ \ y=0,\ \ z=0.$$

8. **[10%]** Найти скалярный потенциал поля $\mathbf{F} = x^3\mathbf{i} - y^3\mathbf{j}$.

МА1.Э1.6

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\dots+\frac{1}{3^n}}{1+\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\dots+\frac{1}{5^n}}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\frac{x}{2\sqrt{1-4x^2}}\arcsin 2x+\frac{1}{8}\ln(1-4x^2)$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^3+25}{x^2+3x+2}dx$.

4. **[10%]** Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: x^2/4+y^2/9\le 1,\ \ x\ge 0,\ \ y\ge 0,\qquad \mu=x^3y.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$u=x\sqrt{y}-yz^2,\qquad S: x^2+y^2=4z,\qquad M(2,1,-1).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+(z-2)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=z^2(z\ge 0),\qquad P: z=1.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля $\mathbf{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(\sin z+2x)\mathbf{i}+(\sin x-3y)\mathbf{j}+(\sin y+2z)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=z^2,\ \ z=3,\ \ z=6.$$

8. **[10%]** Найти скалярный потенциал поля $\mathbf{F}=(x+y)\mathbf{i}+(x-y)\mathbf{j}$.

МА1.Э1.7

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1-3+5-7+9-11+\ldots+(4n-3)-(4n-1)}{\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n^2+n+1}}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\frac{1}{4\sqrt{5}}\ln\frac{2+\sqrt{5}\operatorname{th}x}{2-\sqrt{5}\operatorname{th}x}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{x^3+2x^2+3}{(x-1)(x-2)(x-3)}dx$.

4. **[10%]** Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: x^2/4+y^2\le 1,\ \ x\ge 0,\ \ y\ge 0,\qquad \mu=6x^3y^3.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$u=7\ln(1/13+x^2)-4xyz,\qquad S: 7x^2-4y^2+4z^2=7,\qquad M(1,1,1).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=(x+xz)\mathbf{i}+y\mathbf{j}+(z-x^2)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2+z^2=4(z\ge 0),\qquad P: z=0.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(\cos z+x/4)\mathbf{i}+(\mathrm{e}^x+y/4)\mathbf{j}+\left(\frac{z}{4}-1\right)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2+z^2=2z+3.$$

8. **[10%]** Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=x^2y\mathbf{i}-y\mathbf{j},\qquad L: \text{отрезок } MN,\qquad M(-1,0),\qquad N(0,1).$$

МА1.Э1.8

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1-2+3-4+\ldots+(2n-1)-2n}{\sqrt{9n^4+1}}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\frac{\mathrm{sh}x}{4\mathrm{ch}^4x}+\frac{3\mathrm{sh}x}{8\mathrm{ch}^2x}+\frac{3}{8}\mathrm{arctg}(\mathrm{sh}x)$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^3+2x^2+1}{(x+2)(x-2)(x-1)}dx$.

4. **[10%]** Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: 1\le x^2/4+y^2\le 25,\ \ \mathrm{x}\ge 0,\ \ y\le x/2, \qquad \mu=x/y^3.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$u=\mathrm{arctg}(y/x)-8xyz, \qquad S: x^2+y^2-2z^2=10, \qquad M(2,2,-1).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+(y+yz^2)\mathbf{j}+(z-zy^2)\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2+z^2=4, \qquad P: z=0 (z\ge 0).$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=\left(\sqrt{z}+1+x\right)\mathbf{i}+(2x+y)\mathbf{j}+(\sin x+z)\mathbf{k}, \qquad S: z^2=x^2+y^2,\ \ z=1.$$

8. **[10%]** Найти скалярный потенциал поля $\mathbf{F}=(2xy-y)\mathbf{i}+(x^2+x)\mathbf{j}$.

МА1.Э1.9

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{5}{6}+\frac{13}{36}+\ldots+\frac{3^n+2^n}{6^n}\right)$.

2. **[10%]** Найти производную $y=-\frac{1}{2}\ln\left(\operatorname{th}\frac{x}{2}\right)-\frac{\operatorname{ch}x}{2\operatorname{sh}^2x}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{x^3}{(x-1)(x+1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: x^2/16+y^2\le 1,\ \ x\ge 0,\ \ y\ge 0,\qquad \mu=5xy^7.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$u=\ln(1+x^2)-xy\sqrt{z},\qquad S: 4x^2-y^2+z^2=16,\qquad M(1,-2,4).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=(x+z)\mathbf{i}+(y+z)\mathbf{j}+(z-x-y)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2+z^2=4,\qquad P: z=0 (z\ge 0).$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(5x-6y)\mathbf{i}+(11x^2+2y)\mathbf{j}+(x^2-4z)\mathbf{k},\qquad S: x+y+2z=2, x=0, y=0, z=0.$$

8. **[10%]** Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=(x+y)\mathbf{i}+(x-y)\mathbf{j},\qquad L: x^2+\frac{y^2}{9}=1 (x\ge 0, y\ge 0),\qquad M(1,0),\qquad N(0,3).$$

МА1.Э1.10

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2+\sqrt{n}-1}{2+7+12+..+(5n-3)}$.

2. **[10%]** Найти производную $y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\operatorname{sh} 2x}}{\operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-3)(x-2)} dx$.

4. **[10%]** Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: x^2 + y^2/25 \le 1, \ \ y \ge 0, \qquad \mu = 7x^4 y\,.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$u = \sqrt{x^2 + y^2} - z, \qquad S: x^2 + y^2 = 24z, \qquad M(3,4,1).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a} = (x + xy)\mathbf{i} + (y - x^2)\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \qquad S: x^2 + y^2 + z^2 = 1, \qquad P: z = 0 (z \ge 0).$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a} = (3yz - x)\mathbf{i} + (x^2 - y)\mathbf{j} + (6z - 1)\mathbf{k}, \qquad S: z^2 = 9(x^2 + y^2), \ \ z = 3.$$

8. **[10%]** Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j}, \qquad L: x^2 + y^2 = 1 (y \ge 0), \qquad M(1,0), \qquad N(-1,0).$$

МА1.Э1.11

1. [10%] Пользуясь определением предела, показать (и найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x\to 3}\frac{4x^2-14x+6}{x-3}=10.$$

2. [10%] Найти производную $\quad y=\frac{1}{4}\ln\left|\mathrm{th}\frac{x}{2}\right|-\frac{1}{4}\ln\frac{3+\mathrm{ch}x}{\mathrm{sh}x}.$

3. [10%] Вычислить интеграл $\quad \int\frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-3)x}dx.$

4. [10%] Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: x^2/4+y^2/9\le 1,\qquad \mu=x^2.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$u=x\sqrt{y}-(z+y)\sqrt{x},\qquad S: x^2-y^2+z^2=4,\qquad M(1,1,-2).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=(x+z)\mathbf{i}+y\mathbf{j}+(z-x)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2+z^2=1,\qquad P: z=0(z\ge 0).$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(yz-2x)\mathbf{i}+(\sin x+y)\mathbf{j}+(x-2z)\mathbf{k},\qquad S: x+2y-3z=6, x=0, y=0, z=0.$$

8. [10%] Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=(x^2+y^2)\mathbf{i}+(x^2-y^2)\mathbf{j},\qquad L:\begin{cases}x, 0\le x\le 1;\\ 2-x, 1\le x\le 2;\end{cases}\qquad M(2,0),\ \ N(0,0).$$

МА1.Э1.12

1. **[10%]** Пользуясь определением предела, показать (и найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x\to -1}\frac{7x^2+8x+1}{x+1}=-6.$$

2. **[10%]** Найти производную $y=\frac{1}{24}(x^2+8)\sqrt{x^2-4}+\frac{x^2}{16}\arcsin\frac{2}{x}, x>0.$

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{4x^3+x^2+2}{x(x-1)(x-2)}dx.$

4. **[10%]** Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: 1\le x^2+y^2/16\le 9,\ \ y\ge 0,\ \ y\le 4x,\qquad \mu=y/x^3.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$u=\sqrt{xy}-\sqrt{4-z^2},\qquad S: z=x^2-y^2,\qquad M(1,1,0).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+(y+yz)\mathbf{j}+(z-y^2)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2+z^2=1,\qquad P: z=0(z\ge 0).$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=x^2\mathbf{i}+xy\mathbf{j}+3z\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=z^2,\ \ z=4.$$

8. **[10%]** Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=y\mathbf{i}-x\mathbf{j},\qquad L: x^2+y^2=2(y\ge 0),\qquad M(\sqrt{2},0),\qquad N(-\sqrt{2},0).$$

МА1.Э1.13

1. [10%] Пользуясь определением предела, показать (и найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-4x+3}{x-3}=2.$$

2. [10%] Найти производную $y=\frac{2}{x-1}\sqrt{2x-x^2}+\ln\frac{1+\sqrt{2x-x^2}}{x-1}$.

3. [10%] Вычислить интеграл $\int\frac{3x^3-2}{x^3-x}dx$.

4. [10%] Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: 1\le x^2/9+y^2/4\le 5,\ \ x\ge 0,\ \ y\le 2x/3\,, \qquad \mu=x/y.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$u=(x^2+y^2+z^2)^{3/2}, \qquad S: 2x^2-y^2+z^2-1=0, \qquad M(0,-3,4).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=(x+xz^2)\mathbf{i}+y\mathbf{j}+(z-zx^2)\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2+z^2=9, \qquad P: z=0(z\ge 0).$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля $\mathbf{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(zx+y)\mathbf{i}+(xy-z)\mathbf{j}+(x^2+yz)\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2=2,\ \ z=0,\ \ z=1.$$

8. [10%] Найти работу силы $\mathbf{F}$ при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=xy\mathbf{i}+2y\mathbf{j}, \qquad L: x^2+y^2=1(x\ge 0, y\ge 0), \qquad M(1,0), \qquad N(0,1).$$

МА1.Э1.14

1. [10%] Пользуясь определением предела, показать (и найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x\to 11}\frac{2x^2-21x-11}{x-11}=23.$$

2. [10%] Найти производную $y=\frac{x^2}{81}\arcsin\frac{3}{x}+\frac{1}{81}(x^2+18)\sqrt{x^2-9}, x>0.$

3. [10%] Вычислить интеграл $\int\frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-2)x}dx.$

4. [10%] Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: x^2/4+y^2/25\le 1, \qquad \mu=x^4.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$u=\ln(1+x^2+y^2)-\sqrt{x^2+z^2}, \qquad S: x^2-6x+9y^2+z^2=4z+4, \qquad M(3,0,-4).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=-2x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+4z\mathbf{k}, \qquad P: x/3+y+z/2=1.$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=xy^2\mathbf{i}+x^2y\mathbf{j}+z\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2=1,\ z=1,\ x,y,z\ge 0.$$

8. [10%] Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=y\mathbf{i}-x\mathbf{j}, \qquad L: 2x^2+y^2=1 (y\ge 0), \qquad M\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0\right), \qquad N\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},0\right).$$

МА1.Э1.15

1. [10%] Пользуясь определением предела, показать (и найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x\to 5}\frac{5x^2-24x-5}{x-5}=26.$$

2. [10%] Найти производную $y=\ln\frac{1+\sqrt{-3+4x-x^2}}{2-x}+\frac{2}{2-x}\sqrt{-3+4x-x^2}$.

3. [10%] Вычислить интеграл $\int\frac{x^5-x^3+1}{x^2-x}dx$.

4. [10%] Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D\colon 1\le x^2/4+y^2/9\le 36,\ \ x\ge 0,\ \ y\ge\frac{3}{2}x,\qquad \mu=9\,x/y^3.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{x^3}{2}+6y^3+3\sqrt{6}z^3,\qquad u=\frac{yz^2}{x^2},\qquad M\left(\sqrt{2},\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}-y\mathbf{j}+6z\mathbf{k},\qquad P\colon x/2+y/3+z=1.$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=xy\mathbf{i}+yz\mathbf{j}+zx\mathbf{k},\qquad S\colon x^2+y^2+z^2=16,\ \ x^2+y^2=z^2(z\ge 0).$$

8. [10%] Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=(x^2+y^2)(\mathbf{i}+2\mathbf{j}),\qquad L\colon x^2+y^2=R^2(y\ge 0),\qquad M(R,0),\qquad N(-R,0).$$

МА1.Э1.16

1. [10%] Пользуясь определением предела, показать (и найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x \to -7} \frac{2x^2 + 15x + 7}{x + 7} = -13.$$

2. [10%] Найти производную $y = \ln\left(\mathrm{e}^{5x} + \sqrt{\mathrm{e}^{10x} - 1}\right) + \arcsin(\mathrm{e}^{-5x})$.

3. [10%] Вычислить интеграл $\int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^2 + x} dx$.

4. [10%] Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: 1 \le x^2/9 + y^2/16 \le 2,\ \ y \ge 0,\ \ y \le \frac{4}{3}x, \qquad \mu = 27y/x^5.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x, y, z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v = \frac{4\sqrt{6}}{x} - \frac{\sqrt{6}}{9y} + \frac{3}{z}, \qquad u = x^2 y z^3, \qquad M\left(2, \frac{1}{3}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 5y\mathbf{j} + 5z\mathbf{k}, \qquad P: x/2 + y/3 + z = 1.$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля $\mathbf{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a} = 3x^2\mathbf{i} - 2x^2y\mathbf{j} + (2x - 1)z\mathbf{k}, \qquad S: x^2 + y^2 = 1,\ \ z = 0,\ \ z = 1.$$

8. [10%] Найти работу силы $\mathbf{F}$ при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F} = \left(x + y\sqrt{x^2 + y^2}\right)\mathbf{i} + \left(y - x\sqrt{x^2 + y^2}\right)\mathbf{j},$$

$$L: x^2 + y^2 = 1 (y \ge 0), \qquad M(1,0), \qquad N(-1,0).$$

МА1.Э1.17

1. [10%] Пользуясь определением предела, показать (и найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x \to -4} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x + 4} = -10.$$

2. [10%] Найти производную $y = \ln\left(5x + \sqrt{25x^2 + 1}\right) - \sqrt{25x^2 + 1}\operatorname{arctg}5x.$

3. [10%] Вычислить интеграл $\int \frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^2 - 2x} dx.$

4. [10%] Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: 1 \leq x^2/16 + y^2 \leq 3, \;\; x \geq 0, \;\; y \geq x/4, \qquad \mu = x/y^5.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x, y, z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v = 9\sqrt{2}x^3 - \frac{y^3}{2\sqrt{2}} - \frac{4z^3}{\sqrt{3}}, \qquad u = \frac{z^3}{xy^2}, \qquad M\left(\frac{1}{3}, 2, \sqrt{\frac{3}{2}}\right).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \qquad P: 2x + y/2 + z = 1.$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}, \qquad S: x^2 + y^2 = \frac{1}{4}, \;\; z = 0, \;\; z = 2.$$

8. [10%] Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F} = x^2y\mathbf{i} - xy^2\mathbf{j}, \qquad L: x^2 + y^2 = 4 (x \geq 0, y \geq 0), \qquad M(2,0), \qquad N(0,2).$$

MA1.Э1.18

1. **[10%]** Пользуясь определением предела, показать (и найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x\to-5}\frac{x^2+2x-15}{x+5}=-8.$$

2. **[10%]** Найти производную $y=\frac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}+\ln\sqrt{1-x^2}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^5-12x^3-7}{x^2+2x}dx$.

4. **[10%]** Найти массу пластинки D с заданной поверхностной плотностью μ:

$$D: x^2/16+y^2\le 1,\ \ x\ge 0,\ \ y\ge 0,\qquad \mu=105x^3y^9.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{3}{x}+\frac{4}{y}-\frac{1}{\sqrt{6}z},\qquad u=\frac{z}{x^3y^2},\qquad M\left(1,2,\frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=2x\mathbf{i}+y\mathbf{j}-2z\mathbf{k},\qquad P: 2x+y/2+z=1.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=xy\mathbf{i}+yz\mathbf{j}+xz\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=4,\ \ z=0,\ \ z=1.$$

8. **[10%]** Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=\left(x+y\sqrt{x^2+y^2}\right)\mathbf{i}+\left(y-\sqrt{x^2+y^2}\right)\mathbf{j},$$

$$L: x^2+y^2=16(x\ge 0, y\ge 0),\qquad M(4,0),\qquad N(0,4).$$

МА1.Э1.19

1. **[10%]** Пользуясь определением предела, показать (и найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x\to 8}\frac{3x^2-40x+128}{x-8}=8.$$

2. **[10%]** Найти производную $y=x^3\arcsin x+\frac{x^2+2}{3}\sqrt{1-x^2}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{-x^5+9x^3+4}{x^2+3x}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$y=16\sqrt{2x},\qquad y=\sqrt{2x},\qquad z=0,\qquad x+z=2.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{x^3}{2}+6y^3+3\sqrt{6}z^3,\qquad u=\frac{x^2}{yz^2},\qquad M\left(\sqrt{2},\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+2z\mathbf{k},\qquad P: 2x+y/2+z=1.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=xy\mathbf{i}+yz\mathbf{j}+zx\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2+z^2=1,\ x,y,z\geq 0.$$

8. **[10%]** Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=y^2\mathbf{i}-x^2\mathbf{j},\qquad L: x^2+y^2=9(x,y\geq 0),\qquad M(3,0),\qquad N(0,3).$$

МА1.Э1.20

1. [10%] Пользуясь определением предела, показать (и найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x\to -6}\frac{3x^2+17x-6}{x+6}=-19.$$

2. [10%] Найти производную $\quad y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}.$

3. [10%] Вычислить интеграл $\quad \int\frac{-x^5+25x^3+1}{x^2+5x}dx.$

4. [10%] Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x+y=2,\qquad y=\sqrt{x},\qquad z=12y,\qquad z=0.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=3\sqrt{2}x^2-\frac{y^2}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}z^3,\qquad u=\frac{z^2}{xy^2},\qquad M\left(\frac{1}{3},2,\sqrt{\frac{2}{3}}\right).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=-x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+12z\mathbf{k},\qquad P: 2x+y/2+z=1.$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=z\mathbf{i}+yz\mathbf{j}-xy\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=4,\ \ z=0,\ \ z=1.$$

8. [10%] Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=(x+y)^2\mathbf{i}-(x^2+y^2)\mathbf{j},\qquad L:\text{отрезок } MN,\qquad M(1,0),\qquad N(0,1).$$

МА1.Э1.21

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{\cos 7x-\cos 3x}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\sqrt{(4+x)(1+x)}+3\ln\left(\sqrt{4+x}+\sqrt{1+x}\right)$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{x^3-5x^2+5x+23}{(x-1)(x+1)(x-5)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x=20\sqrt{2y},\qquad x=5\sqrt{2y},\qquad z=0,\qquad z+y=1/2.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=6\sqrt{6}x^3-6\sqrt{6}y^3+2z^3,\qquad u=\frac{xz^2}{y},\qquad M\left(\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{1}{\sqrt{6}},1\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+3y\mathbf{j}+8z\mathbf{k},\qquad P: x+2y+z/2=1.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(zx+y)\mathbf{i}-(2y-x)\mathbf{j}-(x^2+y^2)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2+z^2=1,\ \ z=0 (z\geq 0).$$

8. **[10%]** Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=(x^2+y^2)\mathbf{i}+y^2\mathbf{j},\qquad L: \text{отрезок } MN,\qquad M(2,0),\qquad N(0,2).$$

МА1.Э1.22

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos(x+5\pi/2)tgx}{\arcsin 2x^2}$.

2. **[10%]** Найти производную $y = 2\arcsin\frac{2}{3x+1} + \sqrt{9x^2+6x-3}, 3x+1>0$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{x^5+2x^4-2x^3+5x^2-7x+9}{(x+3)(x-1)x}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2+y^2=2, \qquad x=\sqrt{y}, \qquad x=0, \qquad z=0, \qquad z=30y.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{\sqrt{6}}{2x}-\frac{\sqrt{6}}{2y}+\frac{2}{3z}, \qquad u=\frac{yz^2}{x}, \qquad M\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}-y\mathbf{j}+6z\mathbf{k}, \qquad P: x+2y+z/2=1.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(x^2+xy)\mathbf{i}+(y^2+yz)\mathbf{j}+(z^2+xz)\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2+z^2=1,\ x^2+y^2=z^2 (z\geq 0).$$

8. **[10%]** Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=x^2\mathbf{j}, \qquad L: x^2+y^2=9 (x,y\geq 0), \qquad M(3,0), \qquad N(0,3).$$

МА1.Э1.23

1. [10%] Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{4x}-1}{\sin(\pi(x/2+1))}$.

2. [10%] Найти производную $y = x\ln\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)+\frac{1}{2}(\arcsin x - x)$.

3. [10%] Вычислить интеграл $\int \frac{2x^4-5x^2-8x-8}{x(x-2)(x+2)}dx$.

4. [10%] Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x+y=2, \qquad x=\sqrt{y}, \qquad z=12x/5\,, \qquad z=0.$$

5. [15%] Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=3\sqrt{2}x^2-\frac{y^2}{\sqrt{2}}-3\sqrt{2}z^2, \qquad u=\frac{xy^2}{z^2}, \qquad M\left(\frac{1}{3},2,\sqrt{\frac{2}{3}}\right).$$

6. [15%] Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+2y\mathbf{j}+5z\mathbf{k}, \qquad P: x+2y+\frac{z}{2}=1.$$

7. [20%] Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=3x^2\mathbf{i}-2x^2y\mathbf{j}-(1-2x)\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2=1,\ z=0,\ z=1.$$

8. [10%] Найти скалярный потенциал поля $\mathbf{F}=(y^2-y)\mathbf{i}+(2xy+x)\mathbf{j}$.

МА1.Э1.24

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2(e^{\pi x}-1)}{3(\sqrt[3]{1+x}-1)}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\frac{\sqrt{x^2+2}}{x^2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\frac{\sqrt{2}+\sqrt{x^2+2}}{x}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{4x^4+2x^2-x-3}{x(x-1)(x+1)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2+y^2=8,\qquad y=\sqrt{2x},\qquad y=0,\qquad z=0,\qquad z=15x/11.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{3}{x}+\frac{4}{y}-\frac{1}{\sqrt{6}z},\qquad u=\frac{x^3y^2}{z},\qquad M\left(1,2,\frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+4y\mathbf{j}+5z\mathbf{k},\qquad P\colon x+2y+\frac{z}{2}=1.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=x^2\mathbf{i},\qquad S\colon z=1-x-y,\ \ x=0,\ \ y=0,\ \ z=0.$$

8. **[10%]** Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=xy\mathbf{i},\qquad L\colon y=\sin x,\qquad M(\pi,0),\qquad N(0,0).$$

МА1.Э1.25

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\pi/2}\frac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln\sin x}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{1}{2}\ln\frac{1-x}{1+x}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x=19\sqrt{2y},\qquad x=4\sqrt{2y},\qquad z=0,\qquad z+y=2.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=-\frac{4\sqrt{2}}{x}+\frac{\sqrt{2}}{9y}+\frac{1}{\sqrt{3}z},\qquad u=\frac{1}{x^2yz},\qquad M\left(2,\frac{1}{3},\frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k},\qquad P\colon 2x+3y+z=1.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(y^2+xz)\mathbf{i}+(yx-z)\mathbf{j}+(yz+x)\mathbf{k},\qquad S\colon x^2+y^2=1,\ z=0,\ z=\sqrt{2}.$$

8. **[10%]** Найти работу силы **F** при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N:

$$\mathbf{F}=(xy-y^2)\mathbf{i}+x\mathbf{j},\qquad L\colon \mathrm{y}=2x^2,\qquad M(0,0),\qquad N(1,2).$$

МА1.Э1.26

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\mathrm{tg}x-\mathrm{tg}2}{\sin\ln(x-1)}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\mathrm{arctg}\left(\frac{\cos x}{\sqrt[4]{\cos 2x}}\right)$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$y=\frac{5}{6}\sqrt{x},\qquad y=\frac{5}{18}x,\qquad z=0,\qquad z=\frac{5}{18}\left(3+\sqrt{x}\right).$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{6}{x}+\frac{2}{y}-\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}z},\qquad u=\frac{x^2}{y^2z^3},\qquad M\left(\sqrt{2},\sqrt{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=1,\qquad P_1: z=0,\qquad P_2: z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(\mathrm{e}^z+2x)\mathbf{i}+\mathrm{e}^x\mathbf{j}+\mathrm{e}^y\mathbf{k},\qquad S: x+y+z=1,\ \ x=0,\ \ y=0,\ \ z=0.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=y\mathbf{i}-x\mathbf{j}+z^2\mathbf{k},\qquad \Gamma: x=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos t,\ \ y=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos t,\ \ z=\sin t.$$

МА1.Э1.27

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sin\left(\sqrt{2x^2-3x-5}-\sqrt{1+x}\right)}{\ln(x-1)-\ln(x+1)+\ln 2}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\ln\frac{\sin x}{\cos x+\sqrt{\cos 2x}}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2+y^2=50,\qquad y=\sqrt{5x},\qquad y=0,\qquad z=0,\qquad z=3x/11.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=x^2+9y^2+6z^2,\qquad u=xyz,\qquad M\left(1,\frac{1}{3},\frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=1,\qquad P_1: z=0,\qquad P_2: z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(3z^2+x)\mathbf{i}+(\mathrm{e}^x-2y)\mathbf{j}+(2z-xy)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=z^2,\ \ \mathrm{z}=1,\ \ z=4.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=-x^2y^3\mathbf{i}+\mathbf{j}+z\mathbf{k},\qquad \Gamma: x=\sqrt[3]{4}\cos\mathrm{t},\ \ y=\sqrt[3]{4}\sin\mathrm{t},\ \ z=3.$$

МА1.Э1.28

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1/2}\frac{\ln(4x-1)}{\sqrt{1-\cos\pi x}-1}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\frac{\mathrm{ctg}x+x}{1-x\mathrm{ctg}x}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2+y^2=2y,\qquad z=5/4-x^2,\qquad z=0.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{2}{x}+\frac{3}{2y}-\frac{\sqrt{6}}{4z},\qquad u=\frac{y^3}{x^2z},\qquad M\left(\sqrt{\frac{2}{3}},\sqrt{\frac{3}{2}},\frac{1}{2}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1,P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k},\qquad S\colon x^2+y^2=1,\qquad P_1\colon z=0,\qquad P_2\colon z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(\ln y+7x)\mathbf{i}+(\sin z-2y)\mathbf{j}+(\mathrm{e}^y-2z)\mathbf{k},\qquad S\colon x^2+y^2+z^2=2x+2y+2z-2.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Г в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=(y-z)\mathbf{i}+(z-x)\mathbf{j}+(x-y)\mathbf{k},\qquad \Gamma\colon x=\cos t,\ \ y=\sin t,\ \ z=2(1-\cos t).$$

МА1.Э1.29

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\ln\cos 2x}{(1-\pi/x)^2}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\sqrt{x^4+1}-x^2}}{x}, x>0$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2+y^2=y,\qquad x^2+y^2=4y,\qquad z=\sqrt{x^2+y^2},\qquad z=0.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\sqrt{2}x^2-\frac{3y^2}{\sqrt{2}}-6\sqrt{2}z^2,\qquad u=xy^2z,\qquad M\left(1,\frac{2}{3},\frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=1,\qquad P_1: z=0,\qquad P_2: z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(\cos z+3x)\mathbf{i}+(x-2y)\mathbf{j}+(3z+y^2)\mathbf{k},\qquad S: z^2=36(x^2+y^2),\ z=6.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=x^2\mathbf{i}+y\mathbf{j}-z\mathbf{k},\qquad \Gamma: x=\cos t,\ \ y=\left(\sqrt{2}\sin t\right)/2,\ \ z=\left(\sqrt{2}\cos t\right)/2.$$

МА1.Э1.30

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\operatorname{tg}\ln(3x-5)}{e^{x+3}-e^{x^2+1}}$.

2. **[10%]** Найти производную $y=\frac{\cos x}{3(2+\sin x)}+\frac{4}{3\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2\operatorname{tg}(x/2)+1}{\sqrt{3}}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2+y^2=8\sqrt{2}x, \qquad z=x^2+y^2-64, \qquad z=0(z\geq 0).$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=-\frac{\sqrt{6}}{2x}+\frac{\sqrt{6}}{2y}-\frac{2}{3z}, \qquad u=\frac{x}{yz^2}, \qquad M\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2=1, \qquad P_1: z=0, \qquad P_2: z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(\mathrm{e}^{-z}-x)\mathbf{i}+(xz+3y)\mathbf{j}+(z+x^2)\mathbf{k}, \qquad S: 2x+y+z=2,\ \ x=0,\ \ y=0,\ \ z=0.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=(y-z)\mathbf{i}+(z-x)\mathbf{j}+(x-y)\mathbf{k}, \qquad \Gamma: x=4\cos t,\ \ y=4\sin t,\ \ z=1-\cos t.$$

МА1.Э1.31

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\pi/3}\frac{e^{\sin^2 6x}-e^{\sin^2 3x}}{\log_3 \cos 6x}$.

2. **[10%]** Найти производную -го порядка $y = x\mathrm{e}^{ax}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2+y^2+4x=0, \qquad z=8-y^2, \qquad z=0.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{6}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}z}, \qquad u=\frac{y^2z^3}{x^2}, \qquad M\left(\sqrt{2},\sqrt{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2=1, \qquad P_1: z=0, \qquad P_2: z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(6x-\cos y)\mathbf{i}-(\mathrm{e}^x+z)\mathbf{j}-(2y+3z)\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2=z^2,\ z=1,\ z=2.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=2y\mathbf{i}-3x\mathbf{j}+x\mathbf{k}, \qquad \Gamma: x=2\cos t,\ y=2\sin t,\ z=2-2\cos t-2\sin t.$$

МА1.Э1.32

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{2^x+7}-\sqrt{2^{x+1}+5}}{x^3-1}$.

2. **[10%]** Найти производную -го порядка $y = \sin 2x + \cos(x+1)$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2+y^2=6x,\qquad x^2+y^2=9x,\qquad z=\sqrt{x^2+y^2},\qquad z=0,\qquad y=0\,(y\le 0).$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{1}{\sqrt{2}x}-\frac{2\sqrt{2}}{y}-\frac{3\sqrt{3}}{2z},\qquad u=\frac{y^2z^3}{x},\qquad M\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\sqrt{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=1,\qquad P_1: z=0,\qquad P_2: z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(4x-2y^2)\mathbf{i}+(\ln z-4y)\mathbf{j}+(x+3z/4)\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2+z^2=2x+3.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=2z\mathbf{i}-x\mathbf{j}+y\mathbf{k},\qquad \Gamma: x=2\cos t,\ \ y=2\sin t,\ \ z=1.$$

МА1.Э1.33

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\pi/2}\frac{\ln\sin x}{(2x-\pi)^2}$.

2. **[10%]** Найти производную -го порядка $y=\lg(5x+2)$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2+y^2=6\sqrt{2}y,\qquad z=x^2+y^2-36,\qquad z=0(z\geq 0).$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=6\sqrt{6}x^3-6\sqrt{6}y^3+2z^3,\qquad u=\frac{y}{xz^2},\qquad M\left(\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{1}{\sqrt{6}},1\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1,P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=1,\qquad P_1: z=0,\qquad P_2: z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=\left(1+\sqrt{z}\right)\mathbf{i}+\left(4y-\sqrt{x}\right)\mathbf{j}+xy\mathbf{k},\qquad S: z^2=4(x^2+y^2),\ \ z=3.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=y\mathbf{i}-x\mathbf{j}+z\mathbf{k},\qquad \Gamma: x=\cos t,\ \ y=\sin t,\ \ z=3.$$

МА1.Э1.34

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x \to a\pi} \frac{\ln(\cos(x/a)+2)}{a^{a^2\pi^2/x^2 - a\pi/x} - a^{a\pi/x-1}}$.

2. **[10%]** Найти производную -го порядка $y = 2^{3x+5}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)} dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 4x, \qquad z = 10 - y^2, \qquad z = 0.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x, y, z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v = x^2 - y^2 - 3z^2, \qquad u = \frac{yz^2}{x}, \qquad M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \qquad S: x^2 + y^2 = 1, \qquad P_1: z = 0, \qquad P_2: z = 2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a} = (\sqrt{z} - x)\mathbf{i} + (x - y)\mathbf{j} + (y^2 - z)\mathbf{k}, \qquad S: 3x - 2y + z = 6,\ \ x = 0,\ \ y = 0,\ \ z = 0.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a} = x\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \qquad \Gamma: x = \cos t,\ \ y = 2\sin t,\ \ z = 2\cos t - 2\sin t - 1.$$

МА1.Э1.35

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin(x^2/\pi)}{2^{\sqrt{\sin x+1}}-2}$.

2. **[10%]** Найти производную -го порядка $y=\sqrt[3]{\mathrm{e}^{2x+1}}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$x^2+y^2=8x,\qquad x^2+y^2=11x,\qquad z=\sqrt{x^2+y^2},\qquad z=0,\qquad y=0(y\le 0)$.

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{3x^2}{\sqrt{2}}-\frac{y^2}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}z^2,\qquad u=\frac{z^2}{x^2y^2},\qquad M\left(\frac{2}{3},2,\sqrt{\frac{2}{3}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1,P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k},\qquad S{:}\,x^2+y^2=1,\qquad P_1{:}\,z=0,\qquad P_2{:}\,z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(yz+x)\mathbf{i}+(x^2+y)\mathbf{j}+(xy^2+z)\mathbf{k},\qquad S{:}\,x^2+y^2+z^2=2z.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=3y\mathbf{i}-3x\mathbf{j}+x\mathbf{k},\qquad \Gamma{:}\,x=3\cos t,\ \ y=3\sin t,\ \ z=3-3\cos t-3\sin t.$$

МА1.Э1.36

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{7^{2x}-5^{3x}}{2x-\mathrm{arctg}3x}$.

2. **[10%]** Найти производную -го порядка $y=\frac{x}{9(4x+9)}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2+y^2+2x=0, \qquad z=17/4-y^2, \qquad z=0.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\frac{x^3}{\sqrt{2}}-\frac{y^3}{\sqrt{2}}-\frac{8z^3}{\sqrt{3}}, \qquad u=\frac{x^2}{y^2z^3}, \qquad M\left(\sqrt{2},\sqrt{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2=1, \qquad P_1: z=0, \qquad P_2: z=2.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(\mathrm{e}^{2y}+x)\mathbf{i}+(x-2y)\mathbf{j}+(y^2+3z)\mathbf{k}, \qquad S: x-y+z=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=-x^2y^3\mathbf{i}+2\mathbf{j}+xz\mathbf{k}, \qquad \Gamma: x=\sqrt{2}\cos t,\ y=\sqrt{2}\sin t,\ z=1.$$

МА1.Э1.37

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to a}\frac{\mathrm{tg}x-\mathrm{tg}a}{\ln x-\ln a}$.

2. **[10%]** Найти производную -го порядка $y=\frac{11+12x}{6x+5}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$y=5x^2+2, y=7, \qquad z=3y^2-7x^2-2, \qquad z=3y^2-7x^2-5.$$

5. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=(x+xy^2)\mathbf{i}+(y-yx^2)\mathbf{j}+(z-3)\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2=z^2 (z\geq 0), \qquad P: z=1.$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz):

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}, \qquad P: 2x+3y+z=1.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=\left(\sqrt{z}-2x\right)\mathbf{i}+(\mathrm{e}^x+3y)\mathbf{j}+\sqrt{y+x}\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2=z^2,\ z=2,\ z=5.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Г в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=z\mathbf{i}+y^2\mathbf{j}-x\mathbf{k}, \qquad \Gamma: x=\sqrt{2}\cos t,\ y=2\sin t,\ z=\sqrt{2}\cos t.$$

МА1.Э1.38

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x-2\sin x}{x\ln\cos 5x}$.

2. **[10%]** Найти производную -го порядка $y = 2^{kx}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$z = \sqrt{9-x^2-y^2}, \qquad 9z/2 = x^2+y^2.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v = 9\sqrt{2}x^3 - \frac{y^3}{2\sqrt{2}} - \frac{4z^3}{\sqrt{3}}, \qquad u = \frac{xy^2}{z^3}, \qquad M\left(\frac{1}{3}, 2, \sqrt{\frac{3}{2}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + \mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2 = z^2 (z \geq 0), \qquad P: z = 4.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a} = (\mathrm{e}^z + x/4)\mathbf{i} + (\ln x + y/4)\mathbf{j} + \frac{z}{4}\mathbf{k}, \qquad S: x^2+y^2+z^2 = 2x+2y-2z-2.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 2z^2\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \qquad \Gamma: x = \cos t,\ \ y = 3\sin t,\ \ z = 2\cos t - 3\sin t - 2.$$

МА1.Э1.39

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\ln(x+h)+\ln(x-h)-2\ln x}{h^2}, x>0.$

2. **[10%]** Найти производную -го порядка $y=\frac{x}{x+1}.$

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int\frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx.$

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$z=15\sqrt{x^2+y^2}/2,\qquad z=17/2-x^2-y^2.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x,y,z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x,y,z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v=\sqrt{2}x^2-\frac{3y^2}{\sqrt{2}}-6\sqrt{2}z^2,\qquad u=\frac{1}{xy^2z},\qquad M\left(1,\frac{2}{3},\frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a}=xy\mathbf{i}-x^2\mathbf{j}+3\mathbf{k},\qquad S: x^2+y^2=z^2 (z\geq 0),\qquad P: z=1.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a}=(3x-2z)\mathbf{i}+(z-2y)\mathbf{j}+(1+2z)\mathbf{k},\qquad S: z^2=4(x^2+y^2),\ \ z=2.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Γ в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a}=x\mathbf{i}-\frac{1}{3}z^2\mathbf{j}+y\mathbf{k},\qquad \Gamma: x=\frac{\cos t}{2},\ \ y=\frac{\sin t}{3},\ \ z=\cos t-\frac{\sin t}{3}-\frac{1}{4}.$$

МА1.Э1.40

1. **[10%]** Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\pi/2}\sqrt{3\sin x + (2x-\pi)\sin\frac{x}{2x-\pi}}$.

2. **[10%]** Найти производную -го порядка $y = 3^{2x+5}$.

3. **[10%]** Вычислить интеграл $\int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}dx$.

4. **[10%]** Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, \qquad z = \sqrt{(x^2 + y^2)/255}.$$

5. **[15%]** Найти производную поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности уровня поля $v(x, y, z)$, образующей острый угол с положительным направлением оси Oz:

$$v = x^2 + 9y^2 + 6z^2, \qquad u = \frac{1}{xyz}, \qquad M\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

6. **[15%]** Найти поток векторного поля **a** через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к поверхности S):

$$\mathbf{a} = xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + (z^2 - 1)\mathbf{k}, \qquad S: x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0), \qquad P: z = 4.$$

7. **[20%]** Вычислить поток (как поверхностный интеграл и через объемный интеграл) векторного поля **a** через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$$\mathbf{a} = (\mathrm{e}^y + 2x)\mathbf{i} + (x - y)\mathbf{j} + (2z - 1)\mathbf{k}, \qquad S: x + 2y + z = 2,\ \ x = 0,\ \ y = 0,\ \ z = 0.$$

8. **[10%]** Проинтегрировать функцию **a** по кривой Г в направлении, соответствующем возрастанию параметра t:

$$\mathbf{a} = 4y\mathbf{i} - 3x\mathbf{j} + x\mathbf{k}, \qquad \Gamma: x = 4\cos t,\ \ y = 4\sin t,\ \ z = 4 - 4\cos t - 4\sin t.$$